

文章编号: 1000-7598-(2000)02-0126-04

岩体初始应力场识别的随机方法

李守巨, 刘迎曦, 王登刚

(大连理工大学 工程力学系, 辽宁 大连 116023)

刘玉静

(长春煤炭干部管理学院, 吉林 长春 130012)

摘要: 利用地下隧道开挖后变形收敛观测数据, 采用最小二乘法研究了岩体初始应力场识别问题。考虑了变形观测的随机性, 建立了岩体初始应力场参数识别的随机方法, 研究了变形观测的随机特性对识别结果的影响。待识别参数对目标函数的灵敏度越低, 参数识别结果的标准差就越大, 其可识别性越差。

关键词: 初始应力场, 参数识别, 随机方法, 观测信息, 最小二乘法

中图分类号: TV 223.1 **文献标识码:** A

作者简介: 李守巨, 男, 40 岁, 硕士学位, 副教授, 从事岩石力学及其反问题研究。

Identification of initial stress field parameters in the rock mass with the stochastic method

Li Shouju, Liu Yingxi, Wang Denggang

(Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Liu Yujing

(Changchun Coal management Cadre Institute, Changchun 130012, China)

Abstract: By means of the least square method, the initial stress field parameters are identified according to the measured data of transformation of the rock when the underground tunnel is excavated. Considering the stochastic characteristic, a stochastic method to identify the initial stress parameters in rock mass is established in this paper. The affection of the stochastic characteristic of the transformation measurement is studied as well. The numerical results show that the lower the sensibility of the objective function to the identified parameters, the larger the standard deviation of the identified results, and the worse the identifiable characteristic of the parameter.

Key Words: initial stress field, parameter identification, stochastic method, measuring information, the least square method

1 引言

岩体应力主要包括岩体自重应力、构造应力以及隧道开挖后引起的围岩释放应力。岩体的自重应力和构造应力属于天然应力即初始应力, 而隧道开挖后改变了岩体的初始应力状态并使应力重新分布即二次应力。因自重而引起的垂直应力可按重液理论计算, 水平应力为垂直应力乘以侧压系数。构造应力是地质构造运动在岩体内积蓄的应力, 由于在地下岩体的不同区域所经历的地质构造运动不同, 导致相同埋深处的不同区域应力场有明显的差异, 有时甚至出现水平应力大于垂直应力的情形。为了分析研究地下洞室围岩的稳定性, 在岩石力学与工程中经常需要测定岩体的初始应力场, 传统的方法是采用水力压裂法^[1]和微震声学法^[2]等直接测试方法确定岩体的初始应力, 也可以根据试验洞位移收敛观测采用数理统计方法, 通过回归分析计算求解岩体的初始应力场^[3]。随着反分析 (Back Analysis) 理论与方法的日臻完善, 利用位移观

测资料识别介质的弹性参数和初始应力场的技术也不断提高^[4-6], 并且在工程中得到逐步应用。但是, 由于位移收敛观测仪器精度或分辨率的限制, 使得观测数据不可避免存在误差即噪音, 并且噪音是随机分布的。因此采用确定性识别方法所得到的结果是无法准确描述岩体的变形特性的, 只有采用随机方法识别岩体的原始应力场、弹性参数以及本构关系, 才能够对岩体的应力状态进行正确模拟分析。本文的目的就在于以隧道开挖后的变形收敛观测数据为基础, 采用随机反演理论, 识别岩体的初始应力场, 为后续的围岩稳定性分析和隧道开挖过程中变形预报提供数据。

2 岩体初始应力场识别的确定性方法

2.1 经典的最小二乘算法

采用经典的最小二乘算法, 其目标函数可表示为

收稿日期: 1999-05-24

* 国家自然科学基金资助项目 (批准号: 59779003), 辽宁省科学基金资助项目和工业装备结构分析国家重点实验室资助项目。

$$\min Ris = \| d_c(P) - d_m \|^2 \tag{1}$$
式中 Ris 为误差平方和函数, $\| \cdot \|$ 为欧拉范数, $d_c(P)$ 为与材料参数 P 有关的计算位移矢量 (也可以是相对位移矢量, 下同), d_m 为观测位移矢量。在此处, 待识别参数矢量 $P = \{ \epsilon_x, \epsilon_y, f_{xy} \}^T$ 。

大量的应用实践已经证明, 高斯-牛顿算法在完成最小化时是一种行之有效的数学方法。而修正的高斯-牛顿算法 (又称 Hartley 算法) 在解反问题中得到了更广泛的应用。此算法与牛顿算法相比不需要计算 Hessian 矩阵, 而收敛速度又比梯度算法快。修正的高斯-牛顿算法的叠代过程如下:

$$P^{k+1} = P^k - dD^k \tag{2}$$

$$A^k D^k = G^k \tag{3}$$

式中 P 为待识别的参数矢量, $(L^* - 1)$; $A^k = [J(P^k)]^T [J(P^k)]$, $(L^* - L)$, J 为与待识别参数 P 有关雅可比矩阵, $(M^* - L)$, D 为高斯-牛顿方向矢量, $(L^* - 1)$; $G^k = [J(P^k)]^T \{ d_c(P) - d_m \}$, $(L^* - 1)$; M 为观测点数目; L 为待识别参数的维数; d 为步长, 可通过成功-失败算法确定 $\{ Ris(P^{k+1}) < Ris(P^k) \}$ 。当法方程的系数矩阵 A 出现病态或奇异时可采用 Levenberg-Marquardt 方法^[7]或正则化方法^[8]。

2.2 数值算例

算例 1 为了验证所提出方法的有效性, 进行数值模拟计算。某地下隧道位于砂岩中埋深 240 m, 隧道尺寸为宽 2 m, 高 2 m; 岩石容重 25 kN/m³, 弹性模量 E_0 为 10 GPa, 泊松比 0.25。假设岩石属于完全弹性, 隧道开挖前在其所在位置的原始垂直地应力 $\epsilon_y = 6.0$ MPa, 水平地应力 $\epsilon_x = 2.0$ MPa, 剪切地应力 $f_{xy} = 1.0$ MPa。在隧道开挖后, 引起地应力释放。在隧道内共布置 4 条测线: LN_{AB} , LN_{CD} , LN_{AE} , LN_{BC} , 如图 1 所示。根据 4 条测线的变形收敛观测, 识别岩体的初始应力场。假设岩体的弹性参数已知, 当岩体的弹性模量未知时, 可以识别出弹性模量与初始应力场之间的相对大小^[6]。

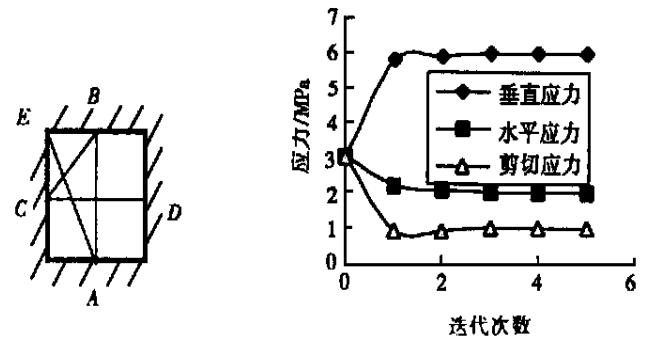


图 1 测试布置图
Fig. 1 Layout of the measuring lines

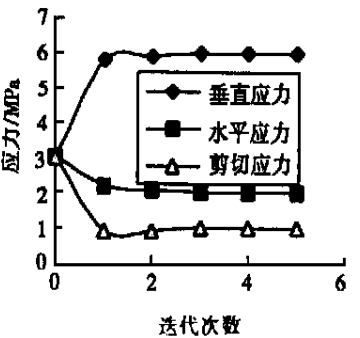


图 2 原始应力场参数的收敛过程
Fig. 2 Convergence process of initial stress field parameters

例如以 $\{ \epsilon_x / E_0, \epsilon_y / E_0, f_{xy} / E_0 \}$ 形式给出。将以上弹性参数和地应力参数代入有限元方程中, 得到 4 条测线长度的模拟值, 将模拟值加上适当的观测误差 (即噪音) 便可模拟 4 条测线长度的模拟“观测值”。岩体初始应力场的识别过程及结果分别见图 2 和表 1。表 1 中, 识

表 1 岩体初始应力场识别结果 (1)

Table 1 Identified results (1) of the initial fields in the rock mass

参 数	水平地应力	垂直地应力	剪切地应力
	ϵ_x /MPa	ϵ_y /MPa	f_{xy} /MPa
理论值	2.000	6.000	1.000
初始值	3.000	3.000	3.000
识别值 1	2.000	6.000	1.001
识别值 2	1.965	5.971	1.127
识别值 3	1.805	5.853	1.631

别值 1 为观测误差等于零时的识别结果, 识别值 2 为观测误差等于 ± 0.01 mm 时的识别结果; 观测误差的加入如下: $LN_{AB} = \text{模拟值} + 0.01$ mm, $LN_{CD} = \text{模拟值} - 0.01$ mm, $LN_{AE} = \text{模拟值} + 0.01$ mm, $LN_{BC} = \text{模拟值} - 0.01$ mm; 识别值 3 为观测误差等于 ± 0.05 mm 时的识别结果, 观测误差的加入如下: $LN_{AB} = \text{模拟值} + 0.05$ mm, $LN_{CD} = \text{模拟值} - 0.05$ mm, $LN_{AE} = \text{模拟值} + 0.05$ mm, $LN_{BC} = \text{模拟值} - 0.05$ mm。

从表 1 中可以看出, 当观测误差为 ± 0.01 mm 时 (实际最大和最小测线收敛变形为 2.0 mm 和 0.4 mm), 水平地应力 ϵ_x 、垂直地应力 ϵ_y 和剪切地应力 f_{xy} 的识别误差分别为 1.75%、0.48% 和 12.70%。当观测误差为 ± 0.05 mm 时, 水平地应力 ϵ_x 、垂直地应力 ϵ_y 和剪切地应力 f_{xy} 的识别误差分别为 10.0%、2.45% 和 63.1%。可见剪切地应力的识别结果误差较大, 其原因是剪切地应力的变化对目标函数的影响不敏感, 即可识别性弱。

3 岩体初始应力场识别的随机方法

3.1 观测信息

观测位移矢量可以表示成如下形式:

$$d_m = d + \Delta d \tag{4}$$

式中 d 为真实响应矢量; Δd 为观测误差矢量; 并且假设观测误差的数学期望为零, 即:

$$E[\Delta d] = 0 \tag{5}$$

由于观测位移矢量是伴随固定均值和方差随机产生的, 因此必须研究观测信息的统计特性。观测随机误差的分布概率密度函数一般可采用二阶高斯分布描述^[9, 10]。

$$f(\Delta d) = A \exp[-1/2(d - d_m)^T C_m^{-1} (d - d_m)] \tag{6}$$

式中 C_m 为观测误差矢量的协方差矩阵, 即观测误差矩阵; A 为常数, $A = 1/\{(2\pi)^{1/2} e\}$; e 为标准差。

$$C_m = E[\Delta d \cdot \Delta d^T] \tag{7}$$

如果所有的观测是统计上相互独立的,则 C_m 是一对角矩阵。

3.2 Markov估计

根据观测信息的统计特性,对最小二乘法估计的损失函数即目标函数引入权矩阵后的形式如下:

$$\min Ris = [d_m^T - d_c^T(P)]W_\alpha[d_m - d_c(P)] \quad (8)$$

式中 W_α 为对称半正定矩阵。权矩阵的最好选取方法为噪音项的协方差矩阵的逆矩阵。

$$W_\alpha = C_m^{-1} = E[\Delta d \Delta d^T]^{-1} \quad (9)$$

以上考虑到权矩阵的参数识别方法又称为 Markov 估计。

3.3 位移收敛观测信息的随机模拟方法

当仪器的分辨率给定时,进行一定数量的观测之后,便可统计出均值和标准差:

$$\mu = \sum d_m(I) / N \quad (I = 1, 2, \dots, N) \quad (10)$$

$$\sigma = \left\{ \sum (d_m(I) - \mu)^2 / (N - 1) \right\}^{1/2} \quad (I = 1, 2, \dots, N) \quad (11)$$

式中 μ 为均值; σ 为标准差; N 为观测次数。在均值和标准差已知时,并假定观测值服从正态分布,可采用如下的计算公式产生均值为 μ ,标准差为 σ 的正态分布随机数 d_m :

$$d_m = \mu + \sigma \{ (\sum RN_i) - W/2 \} / (N_F/12)^{0.5} \quad (12)$$

式中 N_F 应充分大,通常取 $N_F = 12$; RN_i 为 0~1 之间均匀分布的随机数。岩体初始应力场随机反演的迭代过程如下:①选取初始应力场的初值 P_0 ;②对观测数据进行统计分析,按式(10)和式(11)计算其均值和标准差;③按式(12)产生随机数;④解正问题,按式(8)计算目标函数,解法方程(3);⑤按式(2)进行迭代;⑥执行收敛准则,若满足收敛准则,迭代过程结束,否则,执行第7步;⑦置 $k = k + 1$,转到第4步。

3.4 数值算例

算例2 原始条件同算例1,其区别在于测线的收敛观测值并非确定值,而是按式(12)计算所得到的随机值。目标函数为式(8),迭代过程为式(2)和式(3)。其中标准差为 0.03 mm 和 0.05 mm 的地应力参数识别结果见表2和表3。图3、图4和图5展示了标准差为 0.05 mm 时的初始地应力识别结果的统计特性。

表 2 岩体初始应力场随机识别结果 (2)
Table 2 Identified results (2) of the initial fields in the rock mass

参 数	水平地应力	垂直地应力	剪切地应力
	e_x /M Pa	e_y /M Pa	f_{xy} /M Pa
理论值	2.000	6.000	1.000
初始值	3.000	3.000	3.000
识别值	1.860~ 2.130	5.886~ 6.103	0.557~ 1.423
标准差	0.082	0.066	0.263

表 3 岩体初始应力场随机识别结果 (3)

Table 3 Identified results (3) of the initial fields in the rock mass

参 数	水平地应力	垂直地应力	剪切地应力
	e_x /M Pa	e_y /M Pa	f_{xy} /M Pa
理论值	2.000	6.000	1.000
初始值	3.000	3.000	3.000
识别值	1.768~ 2.215	5.809~ 6.174	0.259~ 1.706
标准差	0.136	0.111	0.440

注: 位移观测标准差 0.05 mm, 90% 保证率。

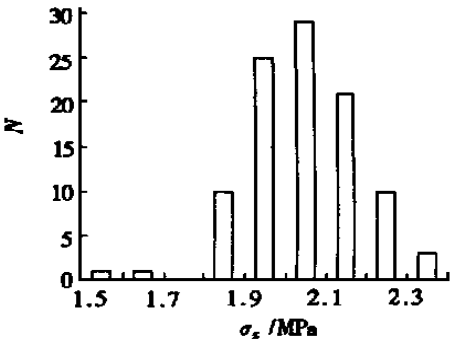


图 3 水平地应力 e_x 识别结果的统计特性
Fig. 3 Statistical characteristic of the horizontal stress e_x

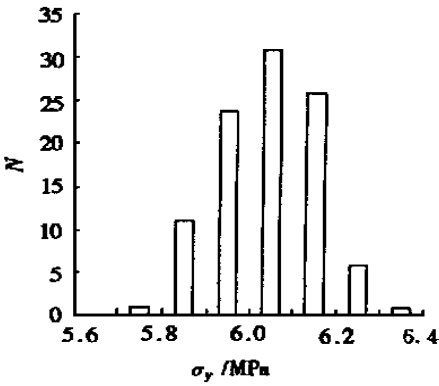


图 4 垂直地应力 e_y 识别结果的统计特性
Fig. 4 Statistical characteristic of the vertical stress e_y

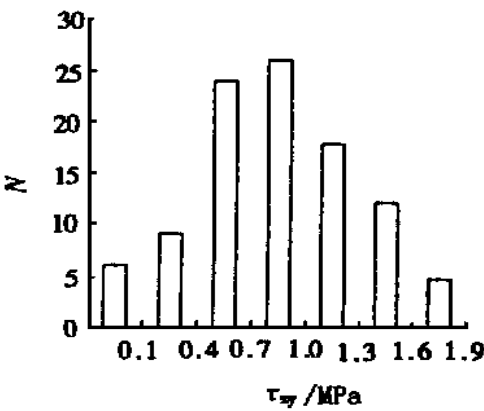


图 5 剪切地应力 f_{xy} 识别结果的统计特性
Fig. 5 Statistical characteristic of the shear stress f_{xy}

4 目标函数对初始应力场参数的灵敏度分析

灵敏度分析是参数识别问题中十分有效的手段, 灵敏度的大小能部分反映参数的可识别性, 目标函数对初始应力场的灵敏度 S 按下式计算:

$$\begin{aligned} S_x^e &= \Delta Ris \Delta \sigma_{xl} \Big|_{\substack{e=c, f_{xy}=c \\ y=c}} \\ S_y^e &= \Delta Ris \Delta \sigma_{yl} \Big|_{\substack{e=c, f_{xy}=c \\ x=c}} \\ S_{xy}^f &= \Delta Ris \Delta \sigma_{f_{xy}} \Big|_{\substack{e=c, e_y=c \\ x=c}} \end{aligned} \tag{13}$$

式中 S_x^e, S_y^e, S_{xy}^f 分别表示目标函数对初始水平地应力、垂直地应力和剪切地应力的灵敏度, ΔRis 为目标函数的增量

从图 6 可以看出, 随着距离极小点越远, 灵敏度越高; 当接近极小点时, 灵敏度趋近于零, 即梯度趋于零, 此时收敛速度最慢。水平地应力和垂直地应力的灵敏度大小基本相同, 而剪切地应力的灵敏度几乎比水平或垂直地应力的灵敏度小 1 个数量级。这就是之所以剪切地应力的识别结果比较分散, 标准差较大的主要原因。由于剪切地应力使得巷道表面产生剪切变形, 对剪切变形最灵敏的测线应为巷道对角线收敛观测, 这将对提高剪切地应力的精度有一定的帮助。

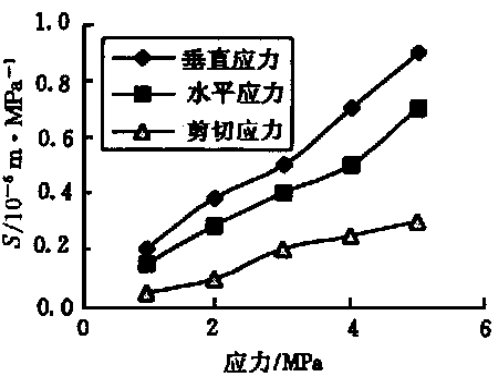


图 6 目标函数对初始应力场参数的灵敏度
Fig. 6 The sensibility of objective function to the initial stress field parameters

5 结 论

- (1) 由于在观测中不可避免存在误差, 因此, 参数识别结果只能是在某一保证率条件下并且有一定分布区间的数值
- (2) 在给定观测仪器的分辨率情况下, 待识别参数对目标函数的灵敏度越低, 参数识别结果的标准差就越大, 识别结果越分散, 即可识别性越差。合理布置测线或测点的位置, 对于提高识别结果的稳定性具有重要意义。测线的数量必须大于待识别参数的个数, 否

则, 参数识别的结果是不唯一的。同时, 测线布置的确定必须建立在灵敏度分析基础之上, 测线的布置要有针对性。

(3) 观测仪器的分辨率越高, 观测的标准差越小, 参数识别结果的分布区间越小, 保证率越高。

(4) 当荷载的作用范围和量级与所研究的范围相比较小时, 参数的可识别性弱。在此种情况下可以通过提高观测精度和增加观测次数的方法以提高参数的可识别性, 减小反问题的不适定性。

(5) 文中所研究的内容仅限于巷道变形, 属于弹性变形本构关系范围, 对于弹塑性变形或者粘弹塑性变形问题, 除了识别岩体初始应力场之外, 还需要同时识别岩石的塑性变形参数 (如内摩擦角, 内聚力等) 以及粘性参数。只要观测数据足够多 (即大于被识别参数的维数), 在巷道表面部分进入屈服状态后, 利用弹塑性本构模型, 识别岩体初始应力场也是可行的。

参 考 文 献

- 1 帕里斯特 G F. 深部岩体原始应力状态的测量 [A]. 第二届国际岩石力学会议论文选集 [C]. 北京: 冶金工业出版社, 1980. 1~ 5
- 2 萨维奇 A. 用微震声学法研究岩体原始应力分布 [A]. 第二届国际岩石力学会议论文选集 [C]. 北京: 冶金工业出版社, 1980. 6~ 16
- 3 马启超. 鲁布革水电站原位试验洞位移反馈岩体应力场研究 [J]. 岩土工程学报, 1990, 12(3): 11~ 21
- 4 李守巨, 刘迎曦. 岩石和混凝土材料参数识别的修正高斯-牛顿法 [J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(1): 93~ 96
- 5 Sakurai S. Back analysis of measured displacements of tunnels [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 1983, 16(3): 173~ 180
- 6 Gioda G. Back analysis procedures for the interpretation of field measurements in geomechanics [J]. *Int. J. for numerical and analytical methods in geomechanics*, 1987, 11(7): 555~ 583
- 7 Okabe T. Inversion of drilling-induced tensile fracture data obtained from a single inclined borehole [J]. *Int. J. Mech. Min. Sci.*, 1998, 35(6): 747~ 758
- 8 刘迎曦, 李守巨. 丰满混凝土重力坝渗透系数反演分析 [J]. 武汉水利电力大学学报, 1999, 32(1): 1~ 3
- 9 Cividini A. Some aspects of characterization problems in geomchanics [J]. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 1981, 18(10): 487~ 503
- 10 Civini A. Parameter estimation of a static geotechnical model using a Bayes' approach [J]. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 1983, 20(5): 487~ 503